

2016 原住民雲端科展-第八屆原住民華碩科教獎
作品說明書

參賽組別：國小學生組

作品類別：部落手工藝的文化科學

參賽編號：2016043

作品名稱：耆老的智慧~太魯閣族傳統背籃的製
作和應用

團隊名稱：武士林地瓜隊

作者： 小六 盧安琪 小六 白珮怡	指導老師： 蔡俊雄 林麗雪
-----------------------------	-------------------------

摘要

在部落裡，我們有時會看到耆老用黃藤編出大小各式的背籃，表面的六邊形是以三條線交叉編制而成。一開始，研究團隊仿耆老使用量角器、三角尺以正三角形畫出正六邊形。然後發現善用中年級學過的平角、對等角、菱形、梯形或漏斗形就能畫出正六邊形的多邊形狀。在探究背籃的過程中，研究團隊亦發現，三角形角度小於 60 度其六邊形的造型是扁平狀；三角形角度大於 60 度其六邊形的造型是拉高狀的。後來我們運用全等三角形的概念也發現，背籃的規律圖形中證明出 SAS 與 AAA 兩種的相似三角形。更可貴的是運算三角形數中，研究團隊歸納出偶數或奇數最快的公式而感受到數學的世界是如此的浩瀚。運用文化創意產業模式，並以文化元素融入在商品上加以量產，重生太魯閣族背籃的經濟潛力。

壹、研究動機：

在部落，我們常可以看到背籃的蹤跡，放學途中偶而看見耆老在屋簷下製作背籃以便利農事；回想太魯閣族感恩祭及村校聯合運動會中，族人背著背籃負載地瓜的方式來回接力；或校際交流體驗多元文化解說時，文化館裡擺著外觀整齊的六角邊形的背籃。這些舊經驗引起了研究團隊的好奇心，並進一步開始探究太魯閣族傳統木竹工藝—背籃。



耆老在屋簷下製作背籃



校際交流體驗多元文化解說

學校有次影片欣賞中，老師介紹了原住民耆老製作背籃的過程，其中背籃表面積的幾何圖形引起了我們的興趣，重光部落劉耆老說：「**背籃在太魯閣族文化中非常的重要，只要抓到這個點，也就是三條交叉，一直編一直編。**」不禁讓研究團隊回想到數學康軒四上一銳角、直角、鈍角和平角，測量角的

大小和畫角，全等圖形與全等三角形，認識周角 360 度平角 180 度；數學康軒四下一四邊形；數學康軒五上一多邊形；數學康軒六上一認識三角形數和正方形數等概念相類似。我們亦發現每個背籃的長和寬各不同，造型也不太一致，是否於編織時的角度、條數有關？如何算出背籃表面積的三角形數呢？研究團隊即以三角形與六邊形圖案如下圖，並展開一連串的探索過程。



描繪出背籃表面積上的幾何圖形



透過小組探討如何畫出六邊形

富世部落伊戴耆老說：「我已年紀大了，為了要準備背籃的材料，我須花幾千元雇用族人到海拔約 900 公尺的深山幫我採集黃藤。處理黃藤有五次以上的程序，待陰乾之後才能開始剖、削黃藤，材料真的得來不易，如下圖。」要製作純手工的背籃，過程辛苦且耗時耗體力，這樣的原住民傳統手工產業，讓研究團隊不禁思考，若用同樣的編法不同的材質替代，是否也能解決當前的材料問題？就經濟價值而言，伊戴耆老接著說：「訂單要大量的話，恐怕體力與時間無法勝任，若有機器能處理剖或削黃藤，這就好辦。」這些問題，促使研究團隊嘗試思考或設計，進一步了解背籃其未來與潛力的市場。



剖黃藤



削黃藤

貳、研究目的：

- 一、認識並探討太魯閣族傳統背籃正六邊形幾何圖形之不同畫法。
 - (一)、運用平角方法繪出正六邊形幾何圖形。
 - (二)、運用對等角方法繪出正六邊形幾何圖形。
 - (三)、運用三角形法繪出正六邊形幾何圖形。
 - (四)、運用菱形方法繪出正六邊形幾何圖形。
 - (五)、運用漏斗形方法繪出正六邊形幾何圖形。
 - (六)、運用梯形方法繪出正六邊形幾何圖形。
- 二、透過高斯數列公式探討太魯閣族背籃三角形形數之不同算法。
 - (一)、運用累加的方法算三角形形數。
 - (二)、運用分配法算三角形形數。
 - (三)、運用拼湊的方式算三角形形數。
 - (四)、運用三角形形數算法算三角形形數。
- 三、從太魯閣族傳統背籃六邊形幾何圖形中歸納角度與形狀的變化關係。
 - (一)、運用相似三角形方法繪出 30 度角的六邊形幾何圖形。
 - (二)、運用相似三角形方法繪出 40 度角的六邊形幾何圖形。
 - (三)、運用相似三角形方法繪出 50 度角的六邊形幾何圖形。
 - (四)、運用相似三角形方法繪出 60 度角的六邊形幾何圖形。
 - (五)、運用相似三角形方法繪出 70 度角的六邊形幾何圖形。
 - (六)、運用相似三角形方法繪出 80 度角的六邊形幾何圖形。
- 四、證明太魯閣族傳統背籃形幾何圖形中相似三角形種類。
 - (一)、從原住民背籃中假設兩個三角形的三內角對應相等，則這兩個三角形相似，是否成立。
 - (二)、從原住民背籃中，假設如果兩個三角形的一角相等，而且夾此角的兩邊對應成比例，則這兩個三角形相似，是否成立。
- 五、運用不同的材質及結合不同的素材進行背籃的創意設計。
 - (一)、結合現有文創茶壺商品進行手把的編織。
 - (二)、運用打包帶塑膠材質與黃藤編織背籃。
 - (三)、運用所學之藤編技法設計一個簡易之面紙盒。

參、研究設備及器材：



削黃籐的刀具



固定間距的槌子



綁鐵絲固定起底



畫記中心點



固定起底



剪黃籐收口用



量長度



削黃籐的手套



燒黃籐之起毛



背籃骨架



黃籐材料



剖、削黃籐工具



剖後之黃籐



削後之黃籐



小型背籃(一)



小型背籃(二)



大型背籃



描圖紙



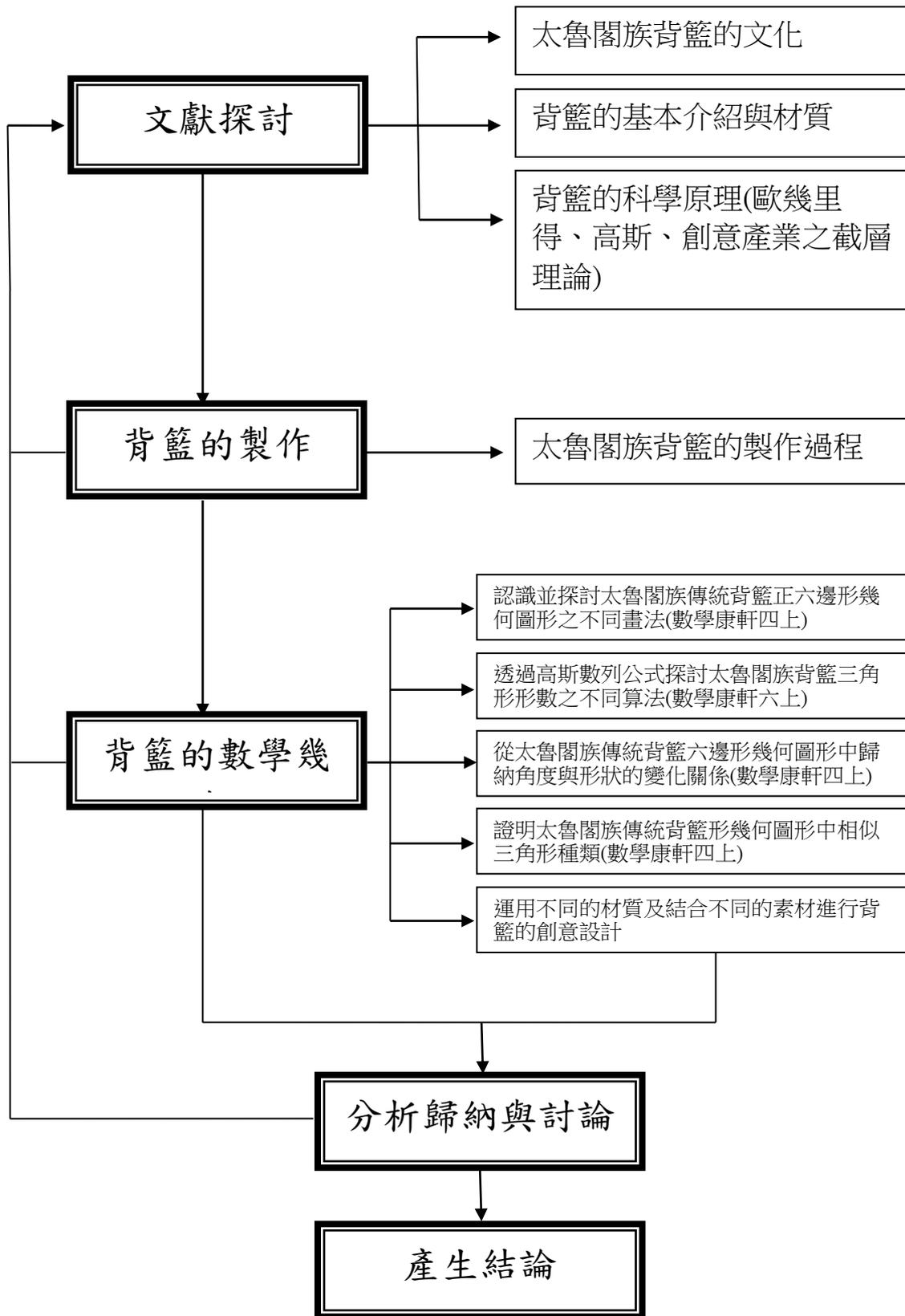
學生筆記



量角器、三角尺等

肆、研究方法：

一、研究架構



二、文獻探討

(一)、太魯閣族的背籃(耆老稱謂之 brunguy)文化：

藤編編織在台灣原住民族中極為普遍，所編的器物多為實用之容器，太魯閣族人的編織尤為出色。編織是男性的專業，一個十二歲的小男孩便開始學習編織，每個傳統太魯閣族男子都會編織，亦是男子在農獵休耕的時刻，從事的手工藝活動。太魯閣族的木竹器之背籃，是傳統社會生活形式上的必需品，且以就地取材的巧妙手法，設計出背籃等與農耕器具等體貼家庭山林生活的溫馨手工。隨著現代化的經濟與生活方式的不同，編織手工藝已不再純粹是其實用上的功能，更多的是用以裝飾現代生活景觀，在予以融入現代元素後，使太魯閣族木竹藤編工藝更向文化藝術的深度邁進。



請益秀林鄉秀林部落耆老說明傳統背籃的特徵



參與秀林鄉富世部落耆老之創意背籃製作



傳統黃藤與茶壺商品結合進行創作



小型背籃可以放置各式雜誌

(二)、背籃基本介紹與材質：

太魯閣族的背籃，其編織的主要材料是取自山林中的藤為主，十分方便。使用的工具也十分簡單，主要是一把短彎刀，一個錐子和一個小木鑽。普通一個編織器包括底、身和口緣等三部分，編織技術住要分為編織法、起底法和修緣法。技法中有方格、斜紋、六角、柳條等交編和絞織及螺旋

等邊法。編織器取自黃藤皮的外層，因藤皮的外層堅韌可曲，並且是用螺旋編織法(耆老稱謂之 tminun)或六角編法。藤器是是用穿卷的方法，以一編條作螺旋狀來捲繞，再以另一編條卷疊成螺旋狀縫繞再一起，編紋則以菱形為主。編器的形制多與用途有關，如搬運用的背籃、盛物用的糧食盒等等，太魯閣族使用多種編器，編器也成為太魯閣族文化中的特色。



起底方格編法一



起底方格編法二



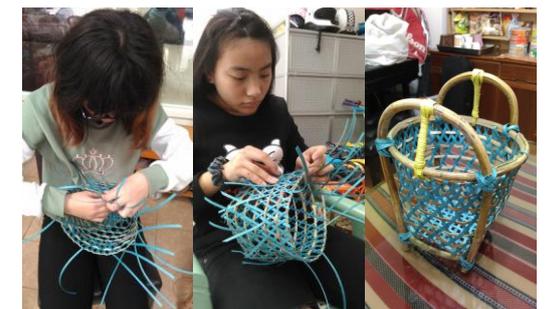
立腰六角編法一



立腰六角編法二



收口編法一



收口編法二

(三)、背籃的科學原理：

1、歐幾里得幾何學：

- (1)、等邊多邊形定義：每一個邊都相等的多邊形為等邊多邊形，例如：等邊三角形、等邊四邊形、等邊五邊形、等邊六邊形等。菱形是等邊四邊形，但是菱形的四個角不一定是直角，因此等邊四

邊形不一定是等角四邊形。20170220 在秀林鄉圖書館討論時安琪說：「老師，我們發現背籃上的幾何圖形不只有三角形、六邊形、還有菱形，而六邊形的形狀有的編得很高，有的編出扁平式，真有趣呀！」經研究團隊探究後，回想中年級數學康軒四上「銳角、直角、鈍角和平角」及「測量角的大小和畫角」所學過的單元，於是提出二個研究的問題，不使用圓規下如何畫出正六邊形？背籃上三角形的角度不一樣時，是否會影響著六邊形的形狀呢？而在第一次於重光部落體驗背籃製與耆老互動也說：「我們是三條、三條上下交叉編出六邊形的。」因著耆老提示，研究團隊決定嘗試劃出不同的正六邊形方式，並假設不同三角形的角度，其背籃上的六邊形形狀是否會隨之而改變。



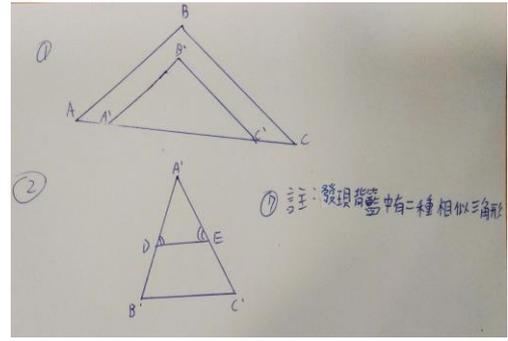
小型背籃的表面積

珮怡與安琪仔細觀察背籃的幾何圖形

- (2)、相似三角形定義：設甲、乙分別是由直線段所圍成的多邊形，以甲多邊形為基準，如果乙多邊形的邊數和甲多邊形的邊數一樣，而且乙多邊形每一個邊的邊長，和對應於甲多邊形邊長的比值都是定值 r ，乙多邊形每一個角的角度，和對應於甲多邊形的角度都相等，則乙多邊形的形狀會和甲多邊形的形狀一樣。

20170222~23 於秀林鄉圖書館討論期間，珮怡與安琪齊聲說：「老師，在觀察背籃的幾何圖形時，我們發現有 3 種的相似三角形圖案，不曉得對不對。」這樣的疑問亦在 20170326 與秀林部落互動的耆老的口中說：「製作這大型背籃的老人家已離開世上，上面有很多重複大大小小不同的三角形編織著。」這樣的對話中，想到之前中年級數學康軒四上「全等圖形與全等三角形」所學之單元活動，不禁讓研究團隊想要進一步證明，這大大小小不同的三角形是不是我們像要探究的相似三角形呢？此時心情既興奮

有好奇地想要證明出來。

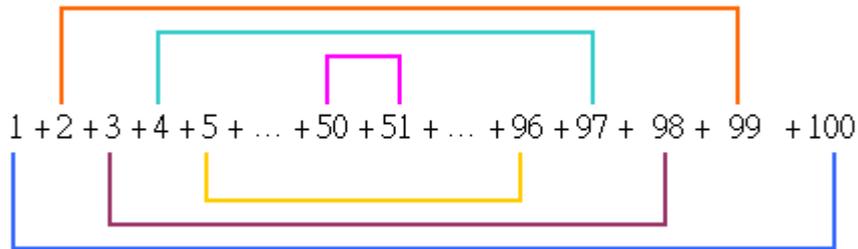


20170222 於秀林鄉圖書館師生討論

討論後學生在背籃上所描繪之相似三角形草圖

2、高斯原理：

(1)、高斯是世界三大數學家之一，他可以從三角面積導出「數列公式」，數列就是「數的排列」。當 $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + n$ 時， S 便是這些數的合，如下圖。



(2)、高斯公式：

$$S = \frac{n(n+1)}{2}$$

(3)、圖示說明：

圖一

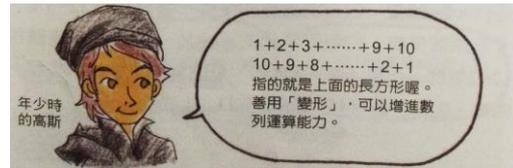
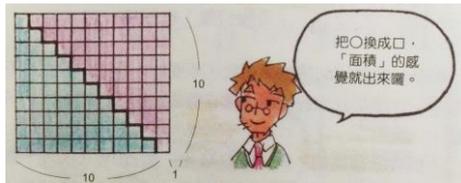


圖三

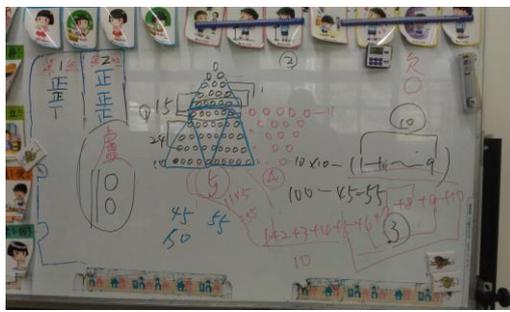
圖二



圖四



這樣的三角形面積，研究團隊曾於 20170226 與耆老的互動中安琪說：「**好多的三角形及六邊形幾何圖形，這要怎麼馬上算出來呢？一個一個算會不會太慢。**」在大家靜默不語的片刻，珮怡接著說：「**我們好像在數學康軒六上數學步道認識三角形數和正方形數也有類似的內容，應該有快速的算法。**」於是在一次的課堂中，教師分二組由研究團隊帶領班上集思廣益，探討如何算出背籃幾何面積上的三角形數量，大家討論得非常踴躍，一節數學課的過程裡既有趣又創意。



師生共同討論出不同的做法



大形背籃上密密麻麻幾何圖形

3、創意產業之截層理論：

創意產業一個重要來源就是”產業的創意化”，即在傳統產業內融入創意元素，並提高創意在傳統產業中的貢獻率，把傳統產業升級為創意產業。

三、實地訪查

(一)、拜訪太魯閣族部落耆老：

- 1、因花蓮縣秀林鄉地形狹長，我們請社區之長輩協助聯絡本鄉部落裡原住民的藤編耆老，20170120 第一次拜訪重光部落劉姓耆老，並約定時間前往該部落。劉姓耆老從小跟著爺爺學習製作藤編，精於背籃製作且瞭解太魯閣族傳統背籃的歷史、演進、材質、製作等等，該耆老自行採集黃藤、自行剖、削及編制背籃，只要做好作品立刻

一掃而空。因研究團隊第一次實作，未完成之立腰與收口部分於 20170226 繼續完成。

- 2、為了精於編織背籃的技術，20170326 第三次參觀都蘭工作室，主要是要了解其祖父遺留完整背籃的歷史故事，並請益其文化之內涵。
- 3、本研究團隊除了平時至秀林鄉里圖書館收集有關原住民背籃之文獻外，欲嘗試背籃其文創性及未來性為何，決定於 20170329~30 至富世部落拜訪伊戴耆老，進一步請益背籃編法，探究是否能與現代不同之材質及商品結合進行創作。
- 4、太魯閣族傳統背籃文化，有其部落的特色，但製作過程的原理、功能、材質大同小異，本次研究團隊除了以太魯閣族的傳統背籃為主要研究對象，欲從不同工匠師的技藝中，試圖找出其科學原理與文創性。

(二)、實地學習背籃的製作：

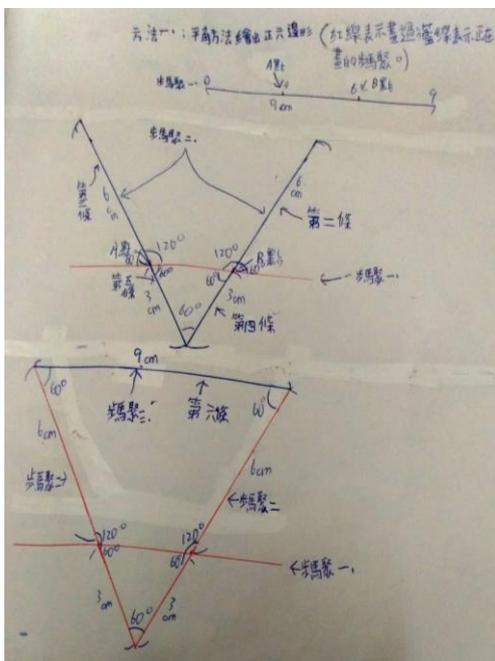
- 1、目前太魯閣族傳統背籃的製作，大部分以木編或竹編二種。木編背籃大多以黃藤為材質，我們請部落耆老協助製作小型背籃 2 個傳統式，2 個結合塑膠替代材質。我們此次的研究以黃藤及塑膠製背籃為主來探討項目。
- 2、目前太魯閣族傳統背籃的製作，大多以黃藤為材質，研究團隊製作 4 個小型背籃，並對照創意背籃當成研究探討的項目。

伍、研究過程與方法：

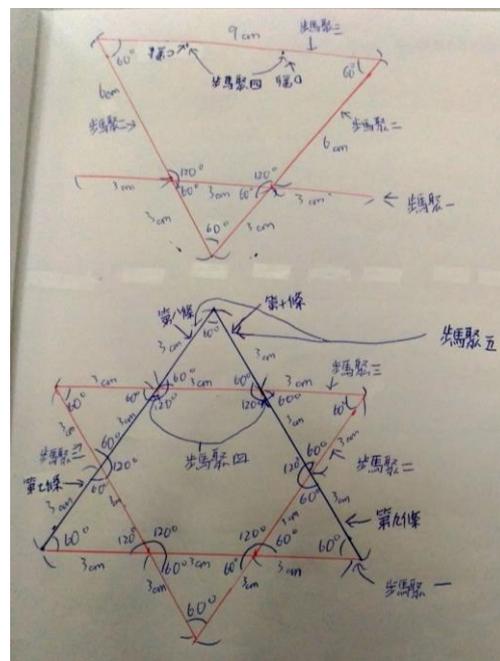
- 一、【問題一】探討太魯閣族傳統背籃正六邊形幾何圖形的不同畫法。
 - (一)、【理論依據/學習舊經驗】歐幾里得幾何學/數學康軒四上銳角、直角、鈍角和平角延伸。
 - (二)、【實驗方法】
 - (三)、運用平角方法繪出正六邊形幾何圖形作法。
 - 1、先畫出一條 9 公分的直線，作為第一條，並找出 3 公分及 6 公分的位子處，並做為 a 與 b 點。
 - 2、用量角器量出 b 點的 60 度並往上連 6 公作為第二條，接着把紙到過來，在第 b 點的位置處量 60 度並往上連 3 公分作為第三條，第二條

也一樣的做法，畫出第四和五條。

- 3、把第二和四條的點連起來做為第六條，完成後會變成一個倒三角形。
- 4、把紙倒過來在第六條的線上，找出 3 公分作為 c 點，找出 6 公分作為第 d 點。
- 5、用量角器量出 c 點的 60 度並往上連 6 公作為第七條，接着把紙到過來，在 c 點的位置處量六十度並往上連 3 公分作為第八條，d 點也一樣的做法，畫出第九和十條。
- 6、好了後就會成為一個正六邊形。
- 7、師生討論結果如下圖：



步驟 1 及步驟 2 及步驟 3



步驟 4 及步驟 5

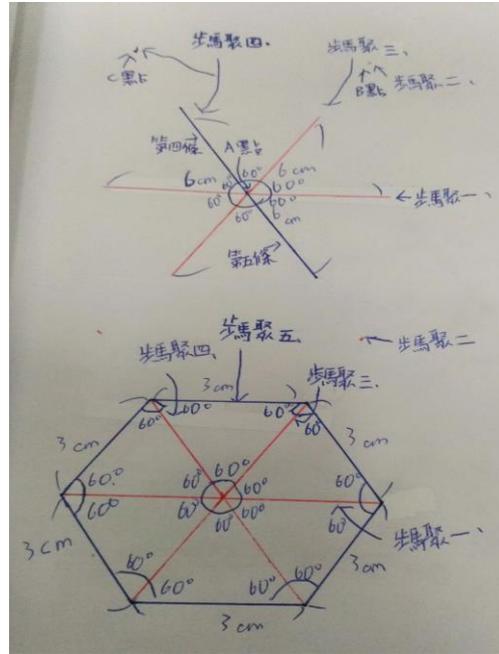
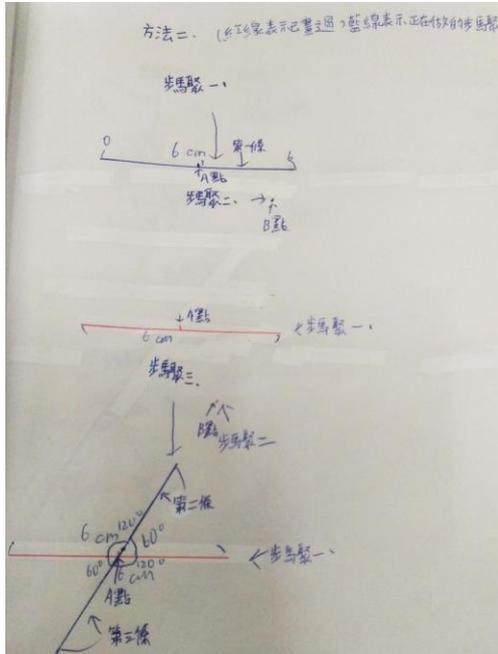
(四)、運用對等角方法繪出正六邊形幾何圖形作法。

- 1、先拿出一條尺，畫出 6 公分的線並找出他的中心，作為第一條，3 公分的位子處並點起來，作為 a 點。
- 2、拿出量角器以 a 點作為中心，找出右邊的 60 度點起來，作為 b 點。
- 3、用尺對準 a、b 點出 3 分的直線，作為第二條，第一條線下也畫出一條，作為第三條，讓兩條加起來是 6 公分。
- 4、拿出量角器以 a 作為中心，找出左邊的 60 度點起來，作為 c 點，尺對準 a、c 並畫出 3 分的直線，作為第四條，第一條線下也畫出一條，

作為第五條，讓兩條加起來是 6 公分。

5、將所有線右邊的點連到下一個點，完成六次後就成為一個正六角形。

6、師生討論結果如下圖：



步驟 1 及步驟 2 及步驟 3

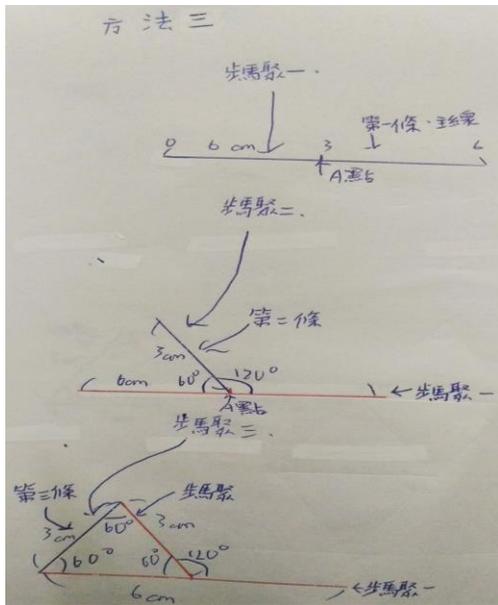
步驟 4 及步驟 5

(五)、運用三角形方法繪出正六邊形幾何圖形作法。

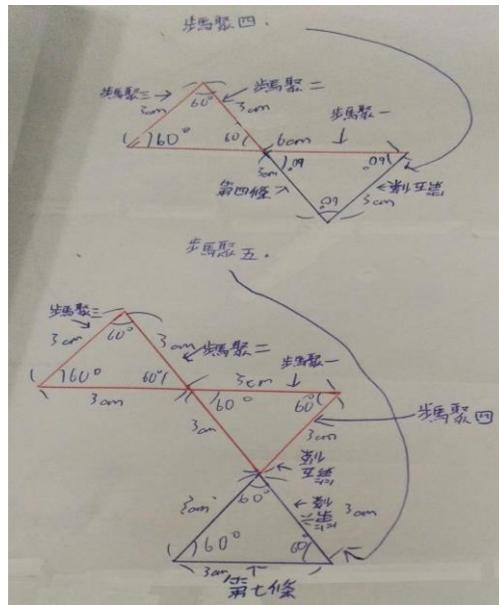
- 1、先畫出一條 6 分的直線，作為第一條及主線，並找出他的中心，3 分的位子處，作為 a 點
- 2、用量角器從左邊開始，量出 60 度點做記號，拿尺對準 60 點接著畫出 3 公分的線作為第二條。
- 3、第二條也一樣先量在連到第一條，作為第三條，好了之後就成了一個正三角形。
- 4、三角形的旁邊需要做出一個倒三角形，先將它顛倒再量出第一點左的 60 度再畫出 3 公分的線，作為第四條，按照同步驟再做一次，作為第五條，完成後他會看起來像一個漏斗。
- 5、接著按照第一條畫的線，將第五條再延長 3 公分並在線上按照同步驟
- 6、第五步驟完成號就變成了一個半六邊形，另一邊的六邊形就用第三及七條線再加 3 公分，並畫倒的三角形。

7、最後按照剛剛的步驟完成最後一個三角形，成品就成了一個正六角形。

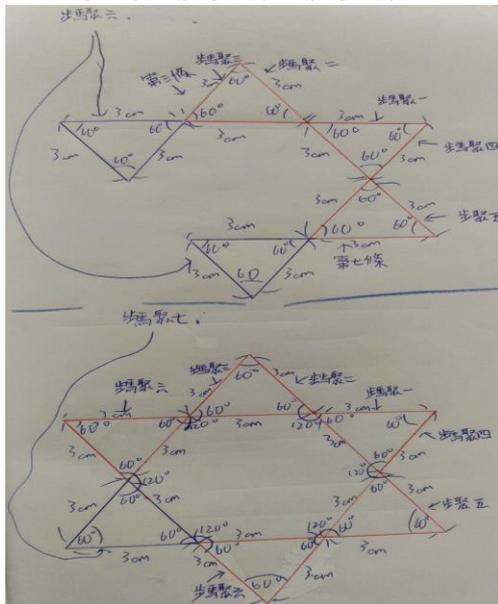
8、師生討論結果如下圖：



步驟 1 及步驟 2 及步驟 3



步驟 4 及步驟 5

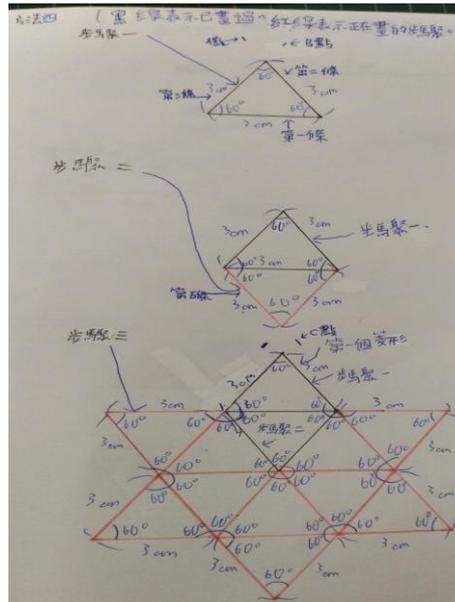


步驟 6 及步驟 7

(六)、運用菱形方法繪出正六邊形幾何圖形作法。

- 1、先畫出一條 3 公分的線，作為第一條，再右邊的點點出一百二十度，作為 a 點，並連起來，作為第二條，左邊也一樣作為 b 點及第三條，完成後就成了正三角形。

- 2、好了後將三角形倒過來並把原本三角形的底線一樣點出一百二十度，作為c點並連出3公分的線，作為第四條，左邊也一樣按照第一個作法成為一個倒三角形完成後是第一個菱形。
- 3、接著一個六角形後就在它旁邊按照前面的做法，在第一個菱形旁畫出五個菱形，讓它們連成一圈。
- 4、完成後就可以看到一個正六角形。
- 5、師生討論結果如下圖：



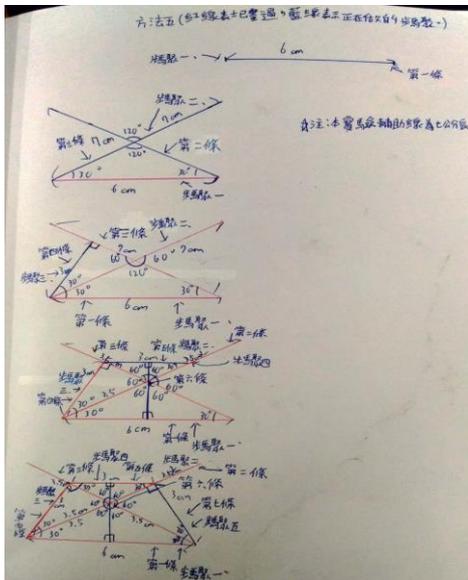
步驟 1 及步驟 2 及步驟 3

(七)、運用梯形方法繪出正六邊形幾何圖形作法。

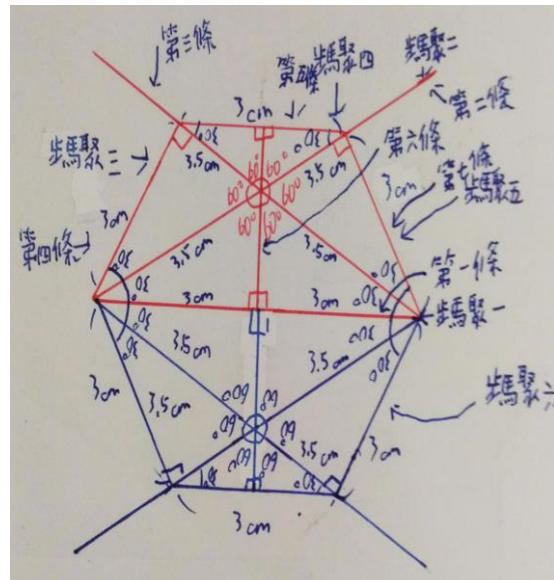
- 1、先畫一條 6 公分的線，作為第一條。
- 2、接著以右邊的點化為量角器的中心，畫出 30 度的角並連起來（不線長度，超過第一條一點，第二條要與第三條一樣長），作為第二條，另外一邊也一樣的做法，做為第三條，第二條及第三條為輔助線。
- 3、第三條畫好後就用三角尺對準讓第三條與第一條的角度垂直並連起來做為第四條。
- 4、接著要讓第二、三條得線連起來，畫出 3 公分的線，做為第五條，要先將第一條的中心以垂直線的方式畫出來做為第六條及輔助線，接著用兩個三角尺檢查第一條與第四條是否平行。
- 5、再把第四條右邊的點及第一條右邊的點連起來，做為第七條，這樣就完成了一個半六邊形。

6、另一半的六邊形用一樣的第一條顛倒當另的底一邊，之後只要按照一樣的步驟就可以畫出一個正六角形。

7、師生討論結果如下圖：



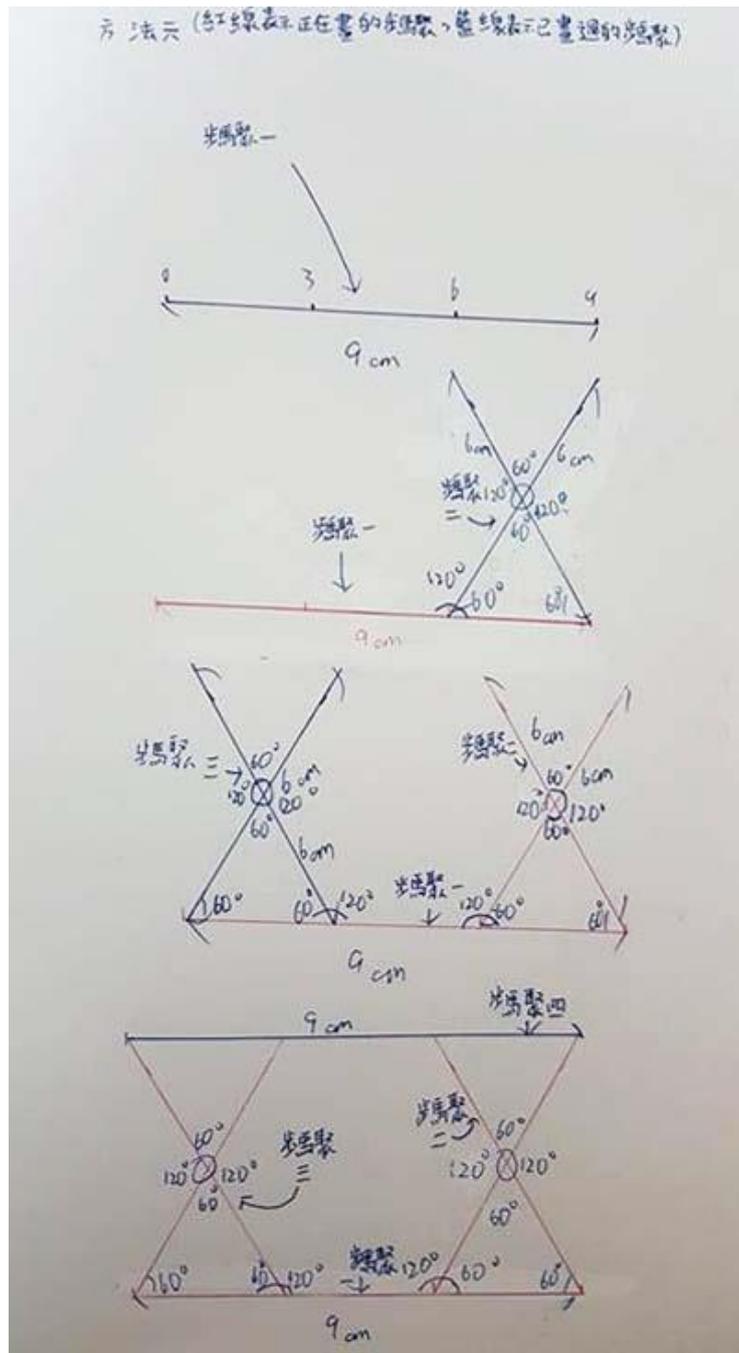
步驟 1 及步驟 2 及步驟 3 及步驟 4 及步驟 5



步驟 6

(八)、運用漏斗方法繪出正六邊形幾何圖形作法。

- 1、先畫一條 9 公分的線，並將 0 及 3 及 6 及 9 的位置點出來。
- 2、用量角器對準 6 並量出右邊的 60 度，並連起來畫出 6 公分。好的時候換 9 量出左邊的 60 度，並連起來畫出 6 公分。
- 3、接著對齊 3 一樣量出 60 度並連起來，並連起來畫出 6 公分。好的時候換 0 出左邊的 60 度，並連起來畫出 6 公分。
- 4、完成後就將 0 的線連到 9 的線，畫一條直線，完成後就是一個正六邊形。



步驟 1 至步驟 4

(九)、實驗結果：

- 1、背籃是以三條線交叉成三角形編出六邊形之幾何圖形，從小朋友的實驗過程中發現，畫出六邊形方法不只有一種，目前實驗團隊發展出 6 種的不同畫。
- 2、本研究背籃較接近於表格中方法三的作法，並發現圖形的總數量愈多，難度愈複雜，如方法五。上網搜尋網站以圓規的方式繪出正六

邊形而言，研究團隊目前發展出以三角形、菱形、漏斗形或以梯形畫出不同的正六邊形形狀。

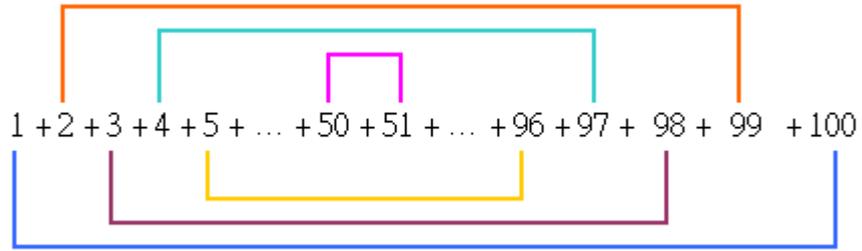
題問\形狀	三角形	菱形	梯形	平行四邊形	漏斗形狀	總數量
方法一 平角	8	4	6	4	6	28
方法二 對等角	6	6	6	6	3	21
方法三 三角形	8	4	6	4	6	28
方法四 菱形	20	15	12	15	9	62
方法五 梯形	22	1	6	4	0	33
方法五 漏斗	4	0	2	0	2	8

(十)、實驗討論：

- 1、除了方法五用梯形繪畫出的六邊形量的角度大部份是 30 及 90 度，用其它方法繪出來的六邊形大部份的角度都是 60 度。
- 2、研究團隊發現我們繪出的六邊形圖中有許多各式的圖形，並發現不同的方法其圖形種類與數量皆不相同？因此研究團隊依同的方法繪出的六邊形來製成表格如實驗結果。

二、【問題二】探討太魯閣族背籃三角形形數有不同算法。

- (一)、【理論依據/學習舊經驗】高斯數列/數學康軒六上數學步道認識三角形數和正方形數延伸
- (二)、高斯從三角面積倒出數列公式：當 $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + n$ 時，S 便是這些數的合。



(三)、高斯公式：

$$S = \frac{n(n+1)}{2}$$

(四)、【實驗方法一】

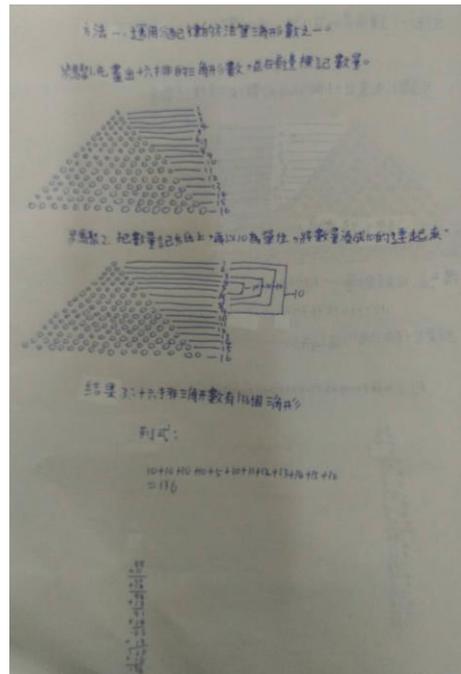
1、運用分配法算：

(1)、加起來等於 10 個為一圈之後再將圈數×10，就算出答案。

(2)、如背籃圖示與學生討論結果圖示：



背籃圖示



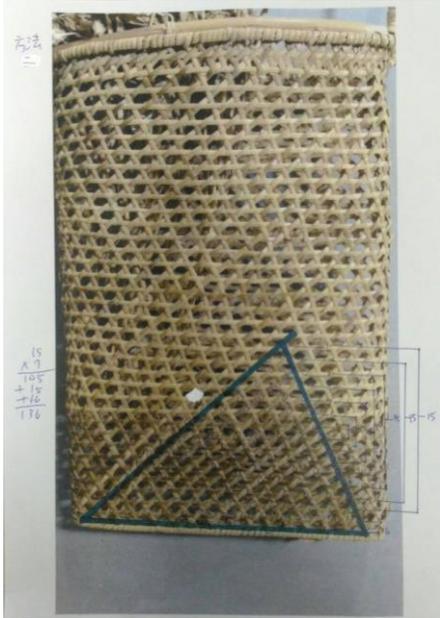
學生討論結果

(五)、【實驗方法二】

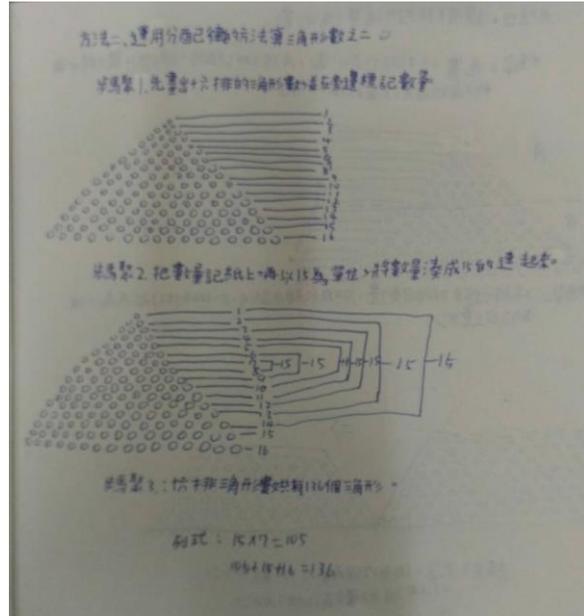
1、運用分配法算：

(1)、加起來等於 15 個為一圈之後再將圈數×15，在加上餘數就算出答案。

(2)、如背籃圖示與學生討論結果圖示：



背籃圖示



學生討論結果

(六)、【實驗方法三】

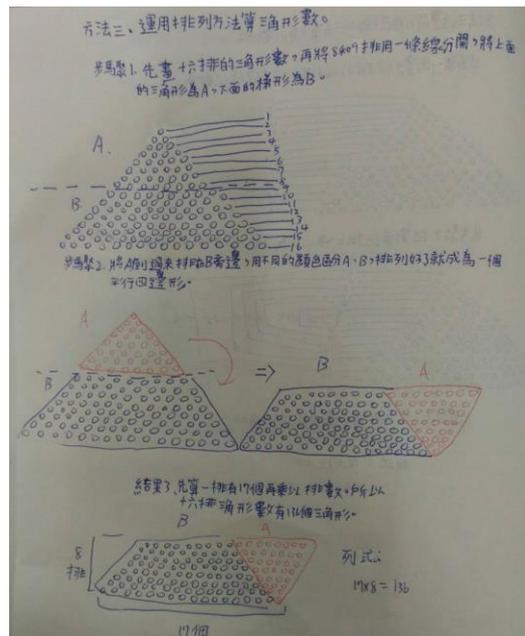
1、運用拼湊的方式算：

- (1)、假如有 16 排，所排成的三角形，就把 1~8 排顛倒放在 9~16 排的旁邊，每排就會有 n 個數，只要將排數×n 數就會等於答案，
列式： $16 \div 2 = 8$ ， $8 \times 17 = 8 \times [16 + 1] = 136$

(2)、如背籃圖示與學生討論結果圖示：



背籃圖示



學生討論結果

(七)、實驗結果：

- 1、我們發現是在背籃的三角形形數，可以用這三種法，但若是數量較多的三角形形數，就用實驗方法三比較快。
- 2、因太魯閣族的背籃起底有分為單及雙數條數，因此研究團隊歸納出當背籃起底偶數時，其三角形的數量如 $(N/2)*(N+1)$ 算出，若背籃起底奇數時，其三角形的數量如 $((N+1)*Z)+(Z+1)$ 算出。

(八)、實驗討論：

- 1、若我們運用累加的方法，效率低，無法快速算出來，
- 2、研究團隊於數學教康軒版五上第四單【整數四則混合計算-分配律】概念發現，運用分配法算，運算雖然比較快，但遇到龐大的數量，也一樣必須花費較多時間思考。
- 3、研究團隊於數學教康軒版六上第六單【數量關係-三角形數】概念發現，運用其拼湊方法算。當背籃雙數時可以很快，如上圖 $(N/2)*(N+1)$ 。當背籃的條術為單數，其的算法就不一樣了，例如有17排，就必須先 $\div 2 = n \cdots n1$ ， $(17+1) \times$ 整數 $n = x$ ， $x +$ （整數 $n +$ 餘數 $n1$ ）就能算出答案，例如：17排的算法， $17 \div 2 = 8 \cdots 1$ ， $(17+1) \times 8 = 144$ ， $144 + 9 = 153$ 。研究團隊歸納出其公式如下：
 N （當背籃條數為奇數） $/2 = Z$ （商數）..... Y （餘數），其三角的總數為
 $((N+1)*Z)+(Z+1)$

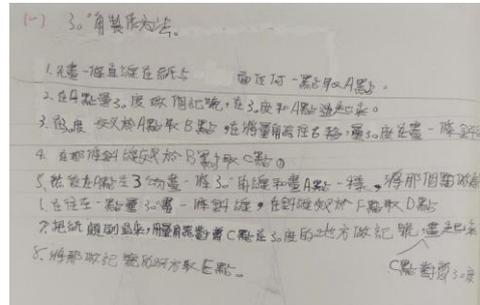
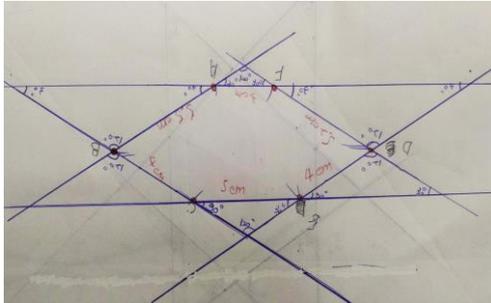
三、【問題三】探討太魯閣族背籃六邊形幾何圖形中角度與形狀的變化關係。

(一)、【理論依據/學習舊經驗】歐幾里得幾何學/數學康軒四上測量角的大小和畫角延伸。

(二)、運用相似三角形方法繪出 30 度角的六邊形幾何圖形作法。

- 1、先畫一條直線再紙上，任何一點取 A 點。
- 2、在 30 度作記號，跟 A 點連起來。
- 3、在 30 度交叉於 A 點取 B 點，將量角器往右移 30 度，畫一條斜線。
- 4、再斜線交叉於 B 點取 C 點。
- 5、然後在 A 點左 3 公分，將那個點作為 F 點。
- 6、再往左一點量 30 度畫一條斜線，在斜線交叉於 F 點取 D 點。

- 7、把紙顛倒過來，用量角器對齊 C 點在 30 度的地方做記號，C 點段期 30 度連起來。
- 8、將那個記號的地方取 E 點。
- 9、學生討論結果如下圖：

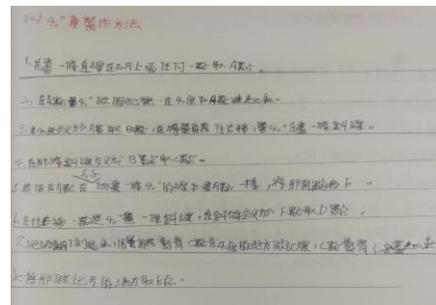
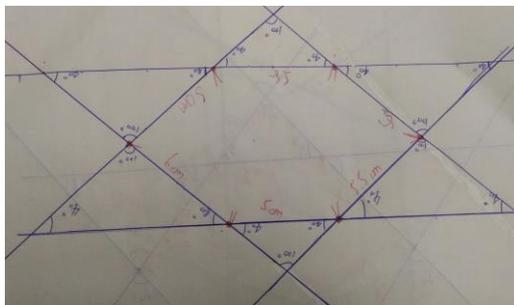


運用相似三角形方法繪出 30 度角的六邊形幾何圖形

實驗操作步驟說明

(三)、運用相似三角形方法繪出 40 度角的六邊形幾何圖形作法。

- 1、先畫一條直線再紙上，任何一點取 A 點。
- 2、在 40 度作記號，跟 A 點連起來。
- 3、在 40 度交叉於 A 點取 B 點，將量角器往右移 40 度，畫一條斜線。
- 4、再斜線交叉於 B 點取 C 點。
- 5、然後在 A 點左 5.8 公分，將那個點作為 F 點。
- 6、再往左一點量 30 度畫一條斜線，在斜線交叉於 F 點取 D 點。
- 7、把紙顛倒過來，用量角器對齊 C 點在 40 度的地方做記號，C 點對齊 40 度連起來。
- 8、將那個記號的地方取 E 點。
- 9、學生討論結果如下圖：

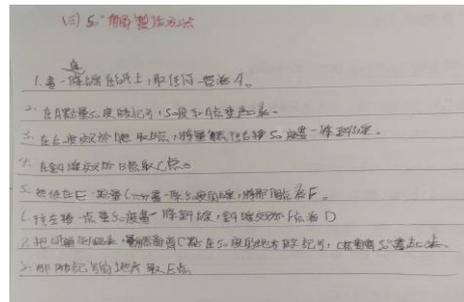
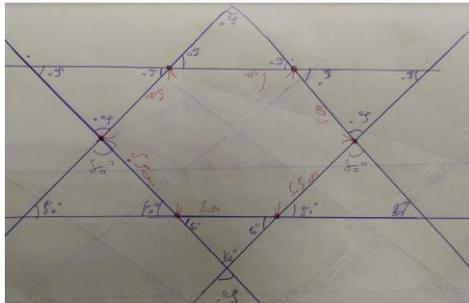


運用相似三角形方法繪出 40 度角的六邊形幾何圖形

實驗操作步驟說明

(四)、運用相似三角形方法繪出 50 度角的六邊形幾何圖形作法。

- 1、先畫一條直線再紙上，任何一點取 A 點。
- 2、在 50 度作記號，跟 A 點連起來。
- 3、在 50 度交叉於 A 點取 B 點，將量角器往右移 50 度，畫一條斜線。
- 4、再斜線交叉於 B 點取 C 點。
- 5、然後在 A 點左 6 公分，將那個點作為 F 點。
- 6、再往左一點量 50 度畫一條斜線，在斜線交叉於 F 點取 D 點。
- 7、把紙顛倒過來，用量角器對齊 C 點在 50 度的地方做記號，C 點段期 50 度連起來。
- 8、將那個記號的地方取 E 點。
- 9、學生討論結果如下圖：

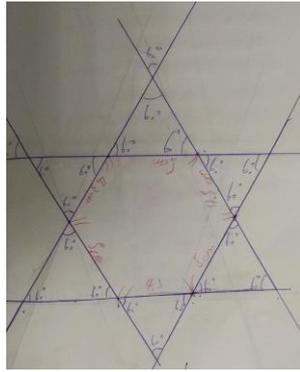


運用相似三角形方法繪出 50 度角的六邊形幾何圖形

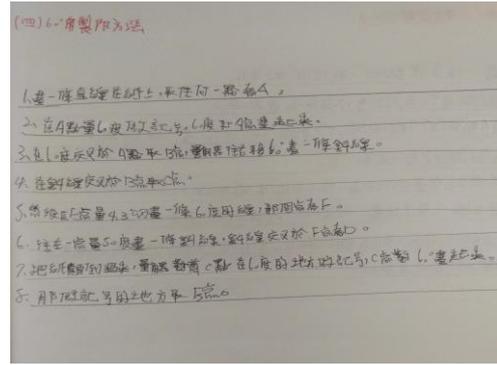
實驗操作步驟說明

(五)、運用相似三角形方法繪出 60 度角的六邊形幾何圖形作法。

- 1、先畫一條直線再紙上，任何一點取 A 點。
- 2、在 60 度作記號，跟 A 點連起來。
- 3、在 60 度交叉於 A 點取 B 點，將量角器往右移 60 度，畫一條斜線。
- 4、再斜線交叉於 B 點取 C 點。
- 5、然後在 A 點左 4.3 公分，將那個點作為 F 點。
- 6、再往左一點量 60 度畫一條斜線，在斜線交叉於 F 點取 D 點。
- 7、把紙顛倒過來，用量角器對齊 C 點在 60 度的地方做記號，C 點段期 60 度連起來。
- 8、將那個記號的地方取 E 點。
- 9、學生討論結果如下圖：



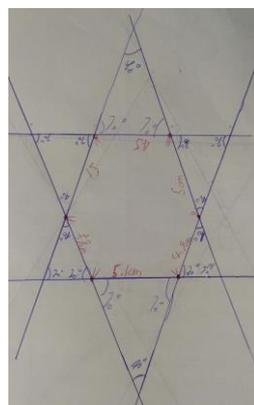
運用相似三角形方法繪出 60 度
角的六邊形幾何圖形



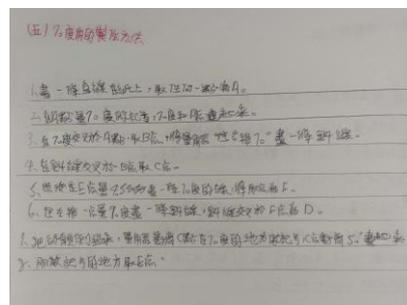
實驗操作步驟說明

(六)、運用相似三角形方法繪出 70 度角的六邊形幾何圖形作法。

- 1、先畫一條直線再紙上，任何一點取 A 點。
- 2、在 70 度作記號，跟 A 點連起來。
- 3、在 70 度交叉於 A 點取 B 點，將量角器往右移 70 度，畫一條斜線。
- 4、再斜線交叉於 B 點取 C 點。
- 5、然後在 A 點左 4.5 公分，將那個點作為 F 點。
- 6、再往左一點量 70 度畫一條斜線，在斜線交叉於 F 點取 D 點。
- 7、把紙顛倒過來，用量角器對齊 C 點在 70 度的地方做記號，C 點段期 70 度連起來。
- 8、將那個記號的地方取 E 點。
- 9、學生討論結果如下圖：



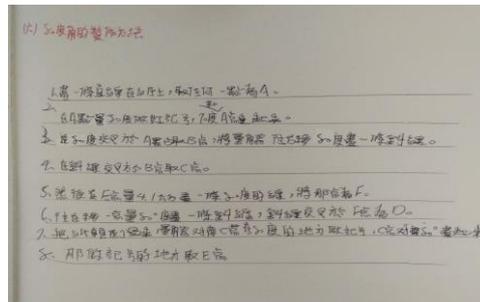
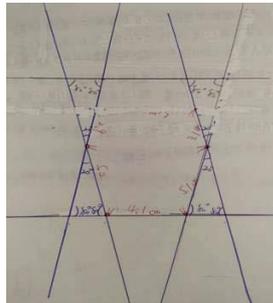
運用相似三角形方法繪出 70 度
角的六邊形幾何圖形



實驗操作步驟說明

(七)、運用相似三角形方法繪出 80 度角的六邊形幾何圖形作法。

- 1、先畫一條直線再紙上，任何一點取 A 點。
- 2、在 80 度作記號，跟 A 點連起來。
- 3、在 80 度交叉於 A 點取 B 點，將量角器往右移 80 度，畫一條斜線。
- 4、再斜線交叉於 B 點取 C 點。
- 5、然後在 A 點左 4.1 公分，將那個點作為 F 點。
- 6、再往左一點量 80 度畫一條斜線，在斜線交叉於 F 點取 D 點。
- 7、把紙顛倒過來，用量角器對齊 C 點在 80 度的地方做記號，C 點段期 80 度連起來。
- 8、將那個記號的地方取 E 點。
- 9、學生討論結果如下圖：



運用相似三角形方法繪出 80 度角的六邊形幾何圖形

實驗操作步驟說明

(八)、實驗結果：

從列表中可以知道，三角形小於 60 度角的六邊形圖形，畫出來時較為扁平狀；三角形大於 60 度角的六邊形幾何圖形，畫出來時會是拉高樣。

(九)、實驗討論：

我們依背籃運用相似三角形方法，其三角形不同角度的邊法進行描繪六邊形德關係如下表格發現，不同角度其六邊形的形狀亦隨而改變。

實驗圖形	幾度角	形狀的變化
運用相似三角形方法繪出六邊形幾何圖形。	30	六角型是扁的。

運用相似三角形方法繪出六邊形幾何圖形。	40	六角型是扁的，但沒比 30 度的扁。
運用相似三角形方法繪出六邊形幾何圖形。	50	六角型是扁的，但不會比 40、30 度扁。
運用相似三角形方法繪出六邊形幾何圖形。	60	是六角型當中最正的幾何圖形。
運用相似三角形方法繪出六邊形幾何圖形。	70	六角型比 60 度的六邊形高。
運用相似三角形方法繪出六邊形幾何圖形。	80	六角型比 70 度的六邊形還要再高。

九、【問題四】證明太魯閣族傳統背籃形幾何圖形中相似三角形。

(一)、【理論依據/學習舊經驗】歐幾里得幾何學/數學康軒四上全等圖形與全等三角形延伸。

(二)、證明一：假設原住民傳統背籃中有【AAA】相似三角形的特性。

1、【已知】：在三角形 ADE 與三角形 A' B' C' 中，角 A 等於角 A'，角 B' 等於角 D，角 C' 等於角 E。

2、【求證】：三角形 ADE 相似三角形 A' B' C'。

3、【證明】

(1)、設 A' B' 線大於 AD 線，在 A' B' 線上取一點 D，使得 A' D 線等於 AD 線。

(2)、過 D 點作 B' C' 線的平行線，交 A' C' 於 E 點，則角 A' DE 等於角 B' 等於角 D。角 A' ED 等於角 C 等於角 E。

(3)、由角 A 等於角 A'，角 B 等於角 D，角 C 等於角 E，所以角 A' B' C' 相似角 A' DE。

4、【實驗結果】

(1)、因為角 A 等於角 A'，角 B 等於角 D，角 C' 等於角 E，所以兩個三角形對應角相等，因此實驗假設成立。

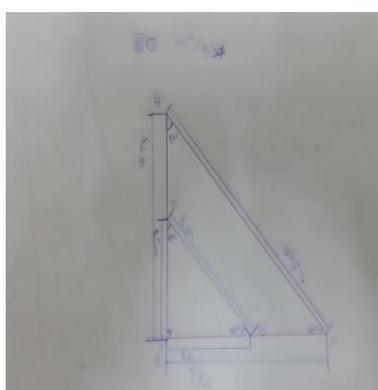
(2)、學生討論結果如下圖：



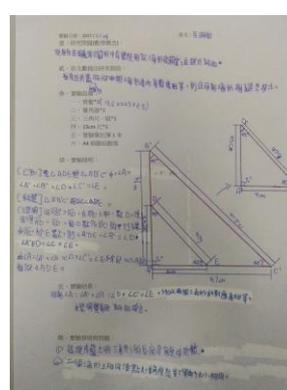
學生利用描繪紙在背籃上點出所要的相似三角形



學生將描繪紙上的點，再用直尺連成所要的相似三角形



證明原著民傳統背籃中有【AAA】相似三角形的特性



實驗操作步驟說明

(三)、證明二：假設原著民傳統背籃中有【SAS】相似三角形的特性。

- 1、【已知】：在三角形 ABC 與三角形 $A'B'C'$ 中，角 A 等於角 A' ， AB 線比 $A'B'$ 線等於 AC 線比 $A'C'$ 線。
- 2、【求證】：三角形 ABC 相似三角形 $A'B'C'$ 。
- 3、【證明】
 - (1)、設 $A'B'$ 線大於 AB 線，再 $A'B'$ 線上取一點 D ，使得 $A'D$ 線等於 AB 線。
 - (2)、過 D 點作 DE 線，使得角 $A'DE$ 等於角 B ，且 E 點在 $A'C'$ 上。
 - (3)、在三角形 ABC 與三角形 $A'DE$ 中，角 A 等於角 A' ， AB 線等於 $A'D$ 線，角 B 等於角 $A'DE$ 。
 - (4)、 $A'D$ 線等於 AB 線， $A'E$ 線等於 AC 線，且 AB 線比 $A'B'$ 線等於 AC 線比 $A'C'$ 線， $A'D$ 線比 $A'B'$ 線等於 $A'E$ 線比 $A'C'$

線，所以 DE 線與 B' C' 線平行。

(5)、由(3)、(4)中得知角 A 等於角 A'，所以 DE 線與 B' C' 平行。

4、【實驗結果】

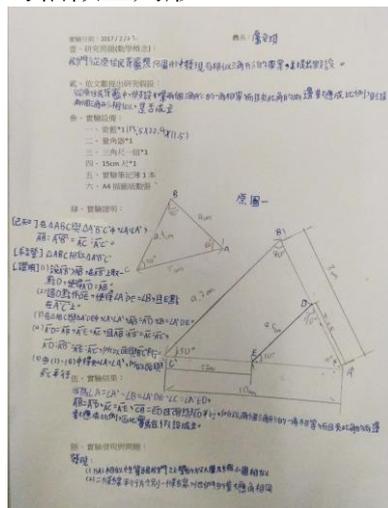
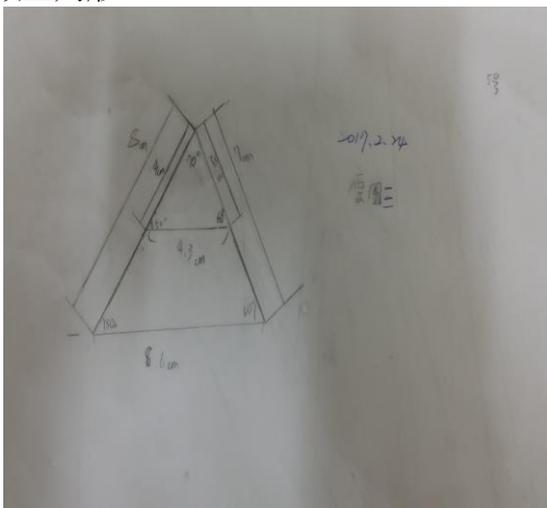
(1)、因為角 A 等於角 A'、角 B 等於角 A' DE、角 C 等於角 A' ED，
AB 線等於 A' D 線、AC 線等於 A' E 線、CB 線等於 ED 線且 C' B'
線與 ED 線平行，所以兩個三角形的一角相等，而且夾此角的
兩邊對映成比例，因此實驗假設成立。

(2)、學生討論結果如下圖：



學生利用描繪紙在背籃上點出所要的相似三角形

學生將描繪紙上的點，再用直尺連成所要的相似三角形

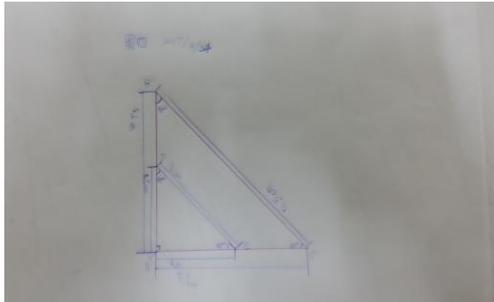


證明原著民傳統背籃中有【SAS】相似三角形的特性

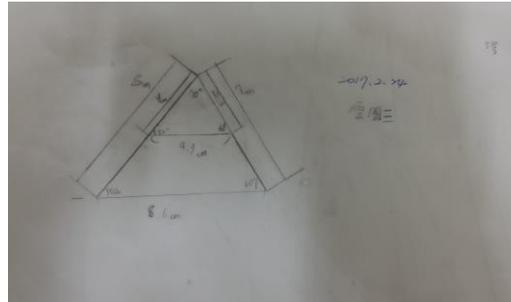
實驗操作步驟說明

5、【實驗討論】：

- (1)、在觀察傳統太魯閣族背籃的表面積時，或許是工匠師在削黃籐皮的厚薄度不同或框度不一，其表面積有時不平整。一此，研究團隊使用描繪紙，讓實驗操作更精準。
- (2)、無論從不同角度進行觀察、描繪背籃表面積所構成知相似三角形，大致上分為 AAA 及 SAS 兩種似三角形如研究團隊手繪圖。



研究團隊 AAA 手繪圖



研究團隊 SAS 手繪圖

- 一、【問題五】運用不同的材質創作背籃。
- 二、【理論依據/學習舊經驗】創意產業的截層理/藝術與人文
 - (一)、【實驗方法一】

運用太魯閣族傳統背籃之收口編法，結合茶壺，將手把以黃藤纏繞，實驗結果如下圖。

文化特色



背籃起底固定纏繞方式

轉化呈現方式



背籃收口固定纏繞方式



依戴耆老削好黃藤，並纏繞在茶壺手把上

結合茶壺手把進行纏繞

(二)、【實驗方法二】

- 1、將太魯閣族傳統背籃之黃藤因取之不易，研究團隊以打包帶塑膠替代，能克服背籃材料之困境，提升太魯閣族傳統背籃工藝產業之潛力。
- 2、技法如同黃藤編法，實驗結果如下圖。

文化特色



傳統背籃以黃藤為素材，耗材

轉化呈現方式



以打包帶替換黃藤

(三)、【實驗方法三】

- 1、研究團隊依據高斯數列概念，將黃藤起底枝條數調整，長與寬條數不一，設計一個生活商品—黃藤的面紙盒或他用途
- 2、技法如同黃藤編法，實驗結果如下圖。

文化特色



黃藤起底枝條數調整

轉化呈現方式



黃藤的面紙盒



小背籃高掛在屋簷上



可以做掛花器籃高



一般族人會將農作物放置背籃裡



背籃亦可放雜誌

(四)、【實驗討論】

- 1、在太魯閣族背籃之文創商品，能運用數學概念，如角度與造形之關係、運用高斯數列調整起底條數、藉由相似三角形概念讓背籃幾何整齊劃一，或結合現代商品、行銷策略進行設計、開發，突破舊有傳統思維，將其文化獨特性讓現代消費者接受而願意購買。
- 2、太魯閣族背籃的文創設計不應僅於表面符號之套用，在設計轉化過程中，將其族群之文化元素融入商品上，除帶原住民的動經濟動脈，對於文化的傳承更需重視。
- 3、早期太魯閣族背籃主要因農事而發展的手工業產品，隨著社會環境變遷，人們對心靈層次提高，能將太魯閣族背籃文創產品符合量產性，以其進入居家生活中，對於原住民經產業有莫大之助益。
- 4、目前太魯閣族背籃自採集黃藤不易，需要至 900 公尺深山取之，剖或削黃藤工事既費時又費工，往往完成一件成品需耗費 1~2 周以上。無論在量或質上，其所衍生商品在市場裡仍占少數，若能改善或採用機具來大量生產材料，在快速發展之社會環境中極具發展潛力。

貳、結論：

- 一、依太魯閣族背籃表面積之六邊形，再加以平角、對等角、三角形、菱形、漏斗及梯形所學習之舊經驗，本研究團隊歸納出正六邊形圖形之畫法共有五種，如研究目的一結果所示。
- 二、計算太魯閣族背籃表面積之三角形數量，本研究團隊除了運用所學之分配律進行運算外，就背籃條數之偶數與奇數進行探究，並歸納出當背籃起底為偶數時，其三角形的數量如 $(N/2)*(N+1)$ 算出，若背籃起底為奇數時，其三角形的數量如 $((N+1)*Z)+(Z+1)$ 得之，如研究目的二結果所示。
- 三、從研究目的三結果得之，三角形小於 60 度角的六邊形圖形，畫出來時較為扁平狀；三角形大於 60 度角的六邊形幾何圖形，畫出來時會是拉高形樣，耆老編三角形角度的多寡會影響著背籃表面積之六邊形幾何圖案排列。
- 四、研究團隊證明出太魯閣族背籃存在著 AAA 及 SAS 二種相似三角形，如研究目的四結果所示。這就是耆老進行背籃製作過程時，須將立腰之黃藤線處於平形狀態，讓背籃幾何圖形之排列較為整齊美觀。
- 五、以推廣與應用而言，太魯閣族背籃技術之困境改善、多元行銷管道，運用數學幾何概念及文化創意產業模式，並以文化元素融入在商品上加以量產，將太魯閣族的經濟潛力向外擴展，獨步國際市場是指日可待。

參、參考資料：

- [1]Truku 移動的記憶(2005)，花蓮縣秀林鄉公所出版。
- [2]文面·馘首·泰雅文化(1999)，阮昌銳等合著，國立台灣博物館編印。
- [3]幾何~國小數學教材分析
<http://wd.naer.edu.tw/216/book13/content.htm?page=1.htm>
- [4]3 小時讀通幾何(2013)，日本數學協會、岡部恆治、本丸諒著，雲譯翻譯工作室。
- [5] 台灣文化創意協會 <http://www.culture.org.tw/new6.html>
- [6] 畫正六邊形 https://www.youtube.com/watch?v=x_WfI6D0NDY。
- [7] 台灣原住民歷史文化大辭典
http://210.240.125.35/citing/citing_content.asp?id=3251&keyword=%ADI%C4x
- [8] 飛鼠部落 <http://www.yabit.org.tw>